## III. Kapitel.

## Die Kreisteilung.

1. Die Aufgabe, einen gegebenen Kreis in $n$ gleiche Teile zu teilen, rührt auch schon aus dem Altertume her, und man kannte schon lange die Möglichkeit der Auflösung derselben, wenn $n = 2^h$, 3 und 5 oder eine Combination aus diesen Zahlen ist. Gauss erweiterte in seinen Disquisitiones arithmeticae diese Zahlenreihe, indem er zeigte, dass die Teilung für jede Primzahl von der Form $p = 2^{2^\mu} + 1$ durchführbar, für alle andern Primzahlen und Primzahlpotenzen aber unmöglich ist. Wir wollen, um eine genauere Anschauung zu gewinnen, das Gauss'sche Resultat etwas specificieren. Setzen wir in $p = 2^{2^\mu} + 1$ $\mu = 0$, so wird $p = 3$, für $\mu = 1$ erhalten wir $p = 5$, d. h. die Fälle, welche schon dem Altertume bekannt waren. Ferner ergiebt $\mu = 2$, $p = 2^{2^2} + 1 = 17$, für welche Zahl Gauss die Teilung ausführte.

Bei $\mu = 3$ haben wir $p = 2^{2^3} + 1 = 257$, was ebenfalls eine Primzahl ist. Das 257-Eck ist also construierbar. Das gleiche gilt, da $2^{2^4} + 1 = 65537$ eine Primzahl ist, für das 65537-Eck. $\mu = 5$, $\mu = 6$, $\mu = 7$ geben keine Primzahlen. Für $\mu = 8$ hat noch Niemand untersucht, ob eine Primzahl vorliegt oder nicht. Kostete doch allein der Nachweis, dass die bei $\mu = 5, 6, 7$ entstehenden grossen Zahlen keine Primzahlen sind, schon einen grossen Aufwand von Anstrengung und Geschicklichkeit. Es ist also immer möglich, dass $\mu = 4$ die letzte Zahl ist, welche eine Lösung zulässt.

Ueber das 257-Eck hat Richelot eine umfangreiche Arbeit in Crelle's Journ. IX, 1832, pp. 1—26, 146—161, 209—230, 337—356 veröffentlicht. Sie trägt den Titel: De resolutione algebraica aequationis $x^{257} = 1$, sive de divisione circuli per bisectionem anguli septies repetitam in partes 257 inter se aequales commentatio coronata.

Auf das 65537-Eck hat Herr Prof. Hermes in Lingen 10 Jahre seines Lebens verwandt, um alle nach der Gauss'schen Behandlungsweise vorkommenden Wurzeln etc. genau zu untersuchen. Das äusserst fleissige Diarium wird in der Sammlung des mathematischen Seminars zu Göttingen aufbewahrt. Man vergleiche eine Mitteilung von Prof. Hermes in Nr. 3 der Göttinger Nachrichten vom Jahre 1894.

2. Will man die Möglichkeit der Teilung eines Kreises in $n$ gleiche Teile untersuchen, so kann man sich auf die Fälle be-